

# XXV OLIMPIADA COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS y VII OLIMPIADA BOLIVARIANA DE MATEMÁTICAS

PRUEBA SELECTIVA

PRIMER NIVEL

Abril 4 de 2006

Instrucciones e Información

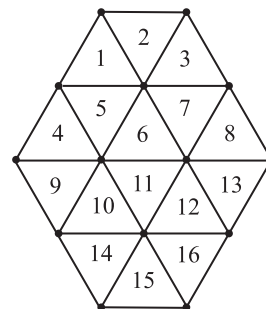
## Generales.

1. No abra este cuadernillo hasta que su profesor lo indique.
2. Antes de empezar la prueba, llene completamente sus datos personales en la hoja de respuestas. Las instrucciones respectivas se encuentran en la página 4 de este cuadernillo. Si usted no indica el grado que cursa, el computador no podrá determinar si usted es de primer nivel, nivel intermedio o nivel superior y no podrá corregir su prueba.
3. La prueba consta de 12 preguntas para ser contestadas en 120 minutos. La respuesta siempre es un número entero entre 0 y 999 inclusive. **Todas las respuestas deben tener tres cifras**, es decir: si obtuvo como solución 5, debe marcar 005; si obtuvo 28 debe marcar 028. Escriba las respuestas en las casillas correspondientes a cada pregunta (cada pregunta tiene un recuadro rotulado con su número). Luego se debe llenar completamente el círculo correspondiente a cada dígito de la respuesta en la columna respectiva. Cada respuesta tendrá como calificación 1 ó 0, de tal manera que su calificación será un número entero de 0 a 12. No se da crédito por respuestas parciales ni se penaliza por respuestas incorrectas.
4. Las figuras son apenas una ayuda visual, no están dibujadas a escala.
5. Para desarrollar la prueba, puede usarse papel para operaciones, lápiz, borrador, regla, etc. No puede usar calculadoras, libros, apuntes, ni ninguna otra ayuda.

### **Integridad de la Competencia.**

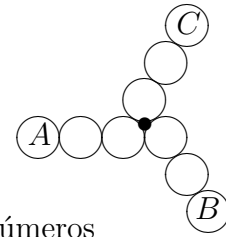
Para asegurar la integridad de la competencia, cuyos objetivos incluyen promover el estudio de la matemática e identificar a estudiantes sobresalientes en matemáticas, el Comité Organizador de las Olimpiadas Colombianas de Matemáticas se reserva el derecho de reexaminar a cualquier estudiante antes de aceptar su puntaje como oficial.

1. Daniela quiere colorear cada triángulo de la figura de azul, rojo o verde, de modo que cada par de triángulos adyacentes (es decir, que tienen un lado en común) tengan distinto color. Además quiere que la casilla 4 sea verde, la casilla 6 azul y que las casillas 1 y 11 tengan el mismo color. Si Daniela logra completar la coloración, de forma que la cantidad de casillas verdes sea la mínima posible, encuentre la suma de las casillas pintadas de rojo.



2. En un dado común, se sabe que la suma de los números en caras opuestas es siempre 7. Se lanzan tres de estos dados al piso y se observa que las caras superiores suman 11. ¿Cuál es el mayor número que se puede formar con los dígitos de las caras que están contra el piso?
3. Carolina debe tomarse las pastillas que le recetó el doctor. Debe tomarse 30 pastillas que vienen en tres sobres de 10 pastillas cada uno. Inicialmente debe tomar una pastilla cada ocho horas, pero al llegar al último sobre, debe bajar la dosis a una pastilla cada diez horas (debe esperar diez horas para tomar la primera pastilla del último sobre). Si se toma la primera pastilla a las 3:00 pm. ¿A qué hora en punto debe tomar la última pastilla? Indique su respuesta usando la hora militar (entre las 000 y las 023), sin escribir los minutos.
4. El idioma *uti* tiene 27 letras. Cinco de ellas son vocales y el resto consonantes. Cada una de las palabras en el idioma *uti* se escribe con tres letras. La primera y la última letra son vocales diferentes y la letra de la mitad es una consonante. Encontrar el número máximo de palabras que podría tener el idioma *uti*.
5. El rectángulo  $ABCD$  tiene  $800\text{cm}^2$  de área. Se sabe que  $AB = 2AD$ ,  $M$  es punto medio de  $BC$  y  $R$  es un punto sobre el lado  $CD$  tal que  $DR = BM$ . ¿Cuál es el área en  $\text{cm}^2$  del triángulo  $ARM$ ?
6. Unos cubos portarretratos traen una foto pegada en cada una de sus caras. Con 125 de estos cubos se quiere formar un cubo de  $5 \times 5 \times 5$ , pero antes de pegar los cubos se quieren quitar las fotos de las caras que van a quedar juntas, para no dañarlas. ¿Cuántas fotos deben ser retiradas?

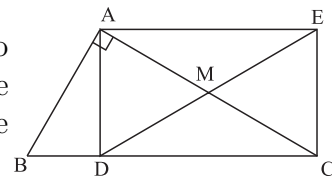
7. En las circunferencias que se observan a continuación se escriben los números entre 2 y 10, sin repetir, de forma que la suma de los números en cada grupo de cuatro circunferencias alineadas sea igual a la suma de los números en las tres circunferencias centrales.



¿Cuál es el máximo valor que puede tomar la suma de los números en las circunferencias  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?

8. Angélica va a la tienda. Tiene \$10.000 y piensa gastar todo su dinero comprando dulces de \$100, chocolatinas de \$400 y helados que cuestan \$1200. Si en total compró 40 artículos, tomando por lo menos uno de cada tipo de producto, ¿cuántos dulces compró?

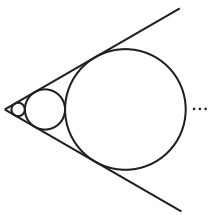
9. Se tiene el triángulo rectángulo  $ABC$ , con ángulo recto en  $A$  y  $\angle ABC = 60^\circ$ . Se traza la altura del triángulo que pasa por  $A$  y corta al lado  $BC$  en  $D$ . Luego se contruye el rectángulo  $ADCE$ , tal y como muestra la figura.



Si  $M$  es el punto de corte de las diagonales del rectángulo  $ADCE$  y el segmento  $EC$  mide 57cm, calcule el perímetro del triángulo  $ADM$ , en centímetros.

10. Una antigua leyenda dice que *Ivannicus* llegará al Olimpo cuando alcance el final de una escalera de 100 escalones. Pero no puede avanzar a su antojo, puesto que está obligado a subir un solo escalón cada día de los meses impares y a bajar un escalón cada día de los meses pares (por ejemplo, noviembre es un mes impar, pues es el mes 11). Comienza el 1 de enero del año 1 subiendo al primer escalón. Si se tiene en cuenta que en esa época no existían años bisiestos, ¿En qué año llegará al Olimpo?
11. ¿Cuántos números de tres dígitos son divisibles por su cifra de las unidades?

12. Se tiene un ángulo de  $60^\circ$ . En su interior se construye una circunferencia de radio 1cm. tangente a las líneas que forman el ángulo. Luego se construye una segunda circunferencia que también es tangente a las dos líneas y además es tangente exteriormente al primer círculo. De la misma forma, se siguen construyendo circunferencias cada vez más grandes, tangentes entre sí, como se ve en la figura. Hallar el radio en centímetros del sexto círculo de la sucesión.



## INSTRUCCIONES PARA LLENAR LA HOJA DE RESPUESTAS

Al llenar la información en la hoja de respuestas USE ÚNICAMENTE LAPÍZ NÚMERO 2. De otro modo la máquina lectora no podrá leer su hoja. No doble ni arrugue la hoja de respuestas.

### DATOS PERSONALES.

Antes de comenzar la prueba llene todos sus datos en la hoja de respuestas: en el LADO 1 escriba su nombre completo (APELLIDO y NOMBRE) y el nombre completo de su colegio, ciudad y departamento. En el LADO 2 escriba su dirección personal (DIRECCIÓN), ciudad (CIUDAD), departamento (DEPARTAMENTO), teléfono (TELÉFONO), grado (GRADO), edad (EDAD) y sexo (SEXO). Luego sombree los círculos apropiados en cada columna. Al sombrear un círculo asegúrese de llenarlo completamente con marca negra en lápiz.

Recuerde que si usted no marca correctamente su grado el computador no sabrá si usted es de primer nivel, de nivel intermedio o de nivel superior y no podrá calificar su prueba.

No olvide FIRMAR su hoja de respuestas en el cuadro correspondiente (LADO 1).

### RESPUESTAS

Mientras desarrolle la prueba, escriba el resultado que obtiene para cada pregunta en el mismo temario. Luego en los últimos 10 minutos de la prueba, pase sus resultados a la hoja de respuestas en el LADO 1. **Todas las respuestas deben tener tres cifras**, es decir: si obtuvo como solución 5, debe marcar 005; si obtuvo 28 debe marcar 028. Escriba las respuestas en las casillas correspondientes a cada pregunta (cada pregunta tiene un recuadro rotulado con su número). Luego rellene los círculos apropiados en la columna inferior de cada casilla. **El no marcar los círculos equivale a no responder la pregunta.** Si se equivoca o cambia de opinión sobre alguna respuesta, debe borrar la marca anterior totalmente y marcar la nueva respuesta.