

**XXVIII COMPETENCIA
REGIONAL DE MATEMATICAS
NIVEL INTERMEDIO - GRADOS 8 y 9
MARTES, 16 DE SEPTIEMBRE, 2008**

Organizadas por
Universidad Antonio Nariño

Instrucciones e Información

Generales.

1. No abra este cuadernillo hasta que el profesor se lo indique.
2. Los primeros veinticinco problemas de esta prueba son de selección múltiple. Cada uno de estos problemas está seguido por cinco respuestas marcadas A, B, C, D y E. Sólo una de éstas es correcta. Los últimos cinco problemas tienen una respuesta numérica de tres dígitos.
3. Los diagramas no están necesariamente dibujados a escala. Se ofrecen como ayudas visuales únicamente, a no ser que se indique lo contrario.
4. Se otorga entre 3 y 10 puntos a las respuestas correctas. Los puntajes a otorgar por cada respuesta correcta aparecen en el enunciado de la prueba.
5. No se permite el uso de calculadoras. Papel para operaciones, papel cuadriculado, regla y compás sí son permitidos.
6. Lea cuidadosamente las instrucciones para llenar la hoja de respuestas (página 8). Es responsabilidad del concursante llenar la hoja correctamente. Llene sus datos personales antes de que comience la prueba.
 - (a) Toda respuesta debe ser consignada en la hoja de respuestas.
 - (b) Para marcar sus respuestas en la hoja, use únicamente **Lápiz No. 2.**
 - (c) Si comete algún error al marcar sus datos personales o alguna respuesta, **borre la marca completamente.**
7. Cuando su profesor dé la señal, usted tendrá 75 minutos para desarrollar la prueba.

Integridad de la Competencia

Para asegurar la integridad de la competencia, cuyos objetivos incluyen promover el estudio de la matemática e identificar a estudiantes sobresalientes en matemáticas, el comité organizador de las Olimpiadas Colombianas de Matemáticas se reserva el derecho de reexaminar cualquier estudiante antes de aceptar su puntaje como oficial.

Derechos Reservados por la AMT. Totalmente prohibida la reproducción total o parcial del contenido de esta prueba por cualquier medio.

Nivel Intermedio

Preguntas de la 1 a la 10, 3 puntos cada una

1. El valor de $802 - 208$ es

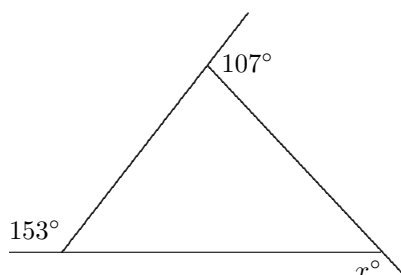
(A) 606 (B) 604 (C) 504 (D) 694 (E) 594

2. Dado que $1.08 \times 1.8 = 1.944$, el valor de 108×18 es

(A) 194.4 (B) 1944 (C) 19.44 (D) 19440 (E) 19400

3. En el diagrama, los lados del triángulo son extendidos formando tres ángulos como se muestra. El valor de x es

(A) 100 (B) 110 (C) 120
(D) 130 (E) 140



4. El valor de $\frac{200 \times 8}{200 \div 8}$ es

(A) 1 (B) 8 (C) 16 (D) 64 (E) 200

5. Los dígitos 5, 6, 7, 8 y 9 son organizados para formar números pares de cinco dígitos. El dígito en las decenas en el mayor de estos números es

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

6. Cuatro números enteros impares consecutivos suman 48. ¿Cuál es el mayor de estos números?

(A) 13 (B) 15 (C) 17 (D) 19 (E) 21

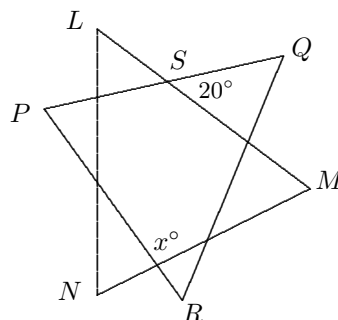
7. Un rectángulo tiene 72 centímetros cuadrados de área y es tal que su largo es el doble de su ancho. El perímetro, en centímetros, del rectángulo es

(A) 34 (B) 36 (C) 42 (D) 48 (E) 54

8. ¿Qué porcentaje de y es x ?

(A) $\frac{y}{x}$ (B) $\frac{x}{100}$ (C) $\frac{x}{y}$ (D) $\frac{100y}{x}$ (E) $\frac{100x}{y}$

9. En el diagrama, los triángulos PQR y LMN son ambos equiláteros y $\angle QSM = 20^\circ$.
¿Cuál es el valor de x ?



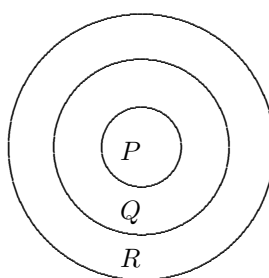
- (A) 70 (B) 80 (C) 90
(D) 100 (E) 110

10. Cuando 1000^{2008} es escrito como un numeral, el número de dígitos escritos es

- (A) 2009 (B) 6024 (C) 6025 (D) 8032 (E) 2012

Preguntas de la 11 a la 20, 4 puntos cada una

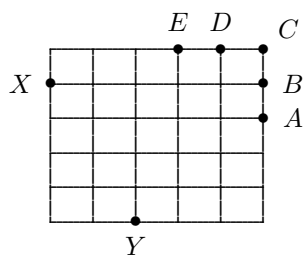
11. Ana diseña el tablero de dardos mostrado, en el que ella obtiene P puntos en el círculo central, Q puntos en el siguiente anillo y R puntos en el anillo exterior. Ella lanza tres dardos en cada turno. En su primer turno, dos de sus dardos caen en el anillo Q y uno en el anillo R y obtiene 10 puntos. En su segundo turno, dos caen en el círculo P y uno en el anillo R y obtiene 22 puntos.



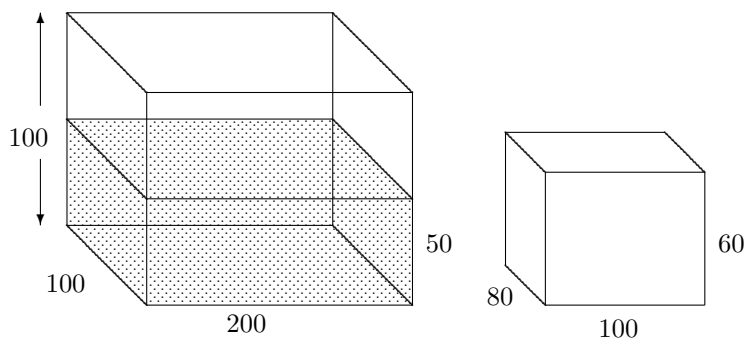
En su siguiente turno, un dardo cae en cada una de las regiones.
¿Cuántos puntos obtiene ella?

- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 18
12. ¿Cuántos números enteros positivos son iguales al producto de dos números impares de un dígito?
- (A) 25 (B) 15 (C) 14 (D) 13 (E) 11

13. Los puntos A , B , C , D y E son nodos de una retícula cuadrada, como se muestra en la figura. ¿Cuál de estos cinco puntos forma un triángulo isósceles con los otros dos vértices en X y Y ?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E
14. Un dado de Fibonacci tiene los números 1, 1, 2, 3, 5 y 8 en sus caras. Se lanzan dos de estos dados. ¿Cuál es la probabilidad de que el número en algún dado sea mayor que el número en el otro?
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{7}{9}$
15. Una pecera con base de 100 cm por 200 cm y 100 cm de altura contiene agua a una altura de 50 cm. Un prisma sólido metálico con dimensiones 80 cm por 100 cm por 60 cm es sumergido en el tanque con una cara de 80 cm por 100 cm en la parte inferior.



Entonces, la altura del agua, en centímetros, supera la altura del prisma por

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20
16. ¿Cuál es el menor número entero que produce un número cuadrado perfecto cuando se multiplica por 2008?
- (A) 2 (B) 4 (C) 251 (D) 502 (E) 2008

17. El interior de un vaso es un cilindro con 8 cm de diámetro y 12 cm de alto. El vaso se inclina a un ángulo de 45° de la vertical y se llena hasta que la base apenas quede cubierta. ¿Cuánta agua en milímetros, hay entonces en el vaso?

(A) 48π (B) 64π (C) 96π (D) 192π (E) 256π

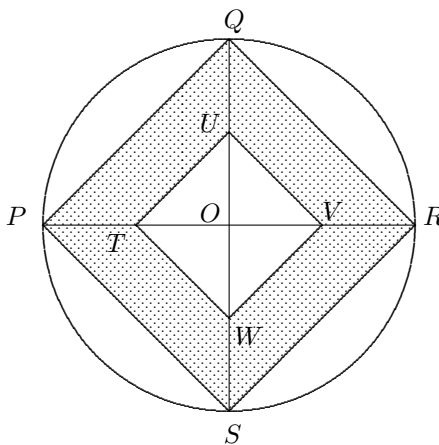
18. Un número es menor que 2008. Es impar, deja residuo 2 cuando se divide por 3 y residuo 4 cuando se divide por 5. ¿Cuál es la suma de los dígitos del mayor de todos los números que cumplen estas condiciones?

(A) 26 (B) 25 (C) 24 (D) 23 (E) 22

19. PR y QS son diámetros perpendiculares de un círculo con centro O . Los puntos T , U , V y W son respectivamente los puntos medios de PO , QO , RO y SO .

La fracción del área del círculo cubierta por la región sombreada es

(A) $\frac{1}{2\pi}$ (B) $\frac{1}{\pi}$ (C) $\frac{3}{2\pi}$
 (D) $\frac{2}{\pi}$ (E) $\frac{5}{2\pi}$



20. Tres números p , q y r son todos números primos menores que 50 con la propiedad que $p + q = r$. ¿Cuántos valores de r son posibles?

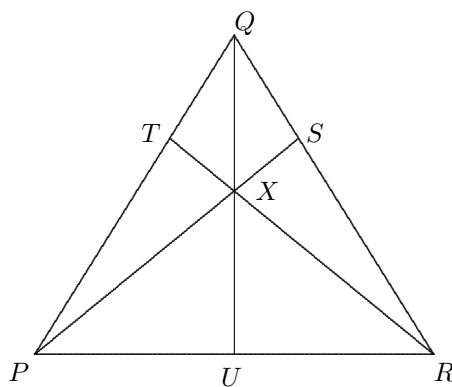
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Preguntas de la 21 a la 25, 5 puntos cada una

- 21.** El Granjero Jiménez de Toca tiene dos tanques. El agua del techo de su casa es recolectada en un tanque de 100 kL y el agua del techo de su establo es recolectada en un tanque de 25 kL. El área de recolección del techo de su casa es de 200 metros cuadrados y el de su establo es de 80 metros cuadrados. En este momento, hay 35 kL en el tanque de la casa y 13 kL en el tanque del establo. Se ha pronosticado lluvia y él quiere recoger tanta agua como sea posible. El debería:
- (A) vaciar el tanque del establo en el estanque de la casa
 (B) llenar el tanque del establo con agua del tanque de la casa
 (C) bombear 10 kL del tanque de la casa al tanque del establo
 (D) bombear 10 kL del tanque del establo al tanque de la casa
 (E) no hacer nada
- 22.** Si el dígito en las decenas de un cuadrado perfecto es 7, ¿cuántos valores diferentes puede tener el dígito de las unidades?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- 23.** Veinticinco números enteros positivos diferentes suman 2008. ¿Cuál es el mayor valor que el menor de ellos puede tener?
- (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 68 (E) 69

- 24.** PQR es un triángulo equilátero. El punto U es el punto medio de PR . Los puntos T y S dividen QP y QR en la razón 1 : 2. El punto de intersección de PS , RT y QU es X . Si el área del $\triangle QSX$ es 1 unidad cuadrada, ¿cuál es el área, en unidades cuadradas, del $\triangle PQR$?

- (A) 6 (B) 8 (C) 9
 (D) 12 (E) 18



25. Un número de dos dígitos n tiene la propiedad que la suma de los dígitos de n es la misma que la suma de los dígitos de $6n$. ¿Cuántos números de este tipo hay?

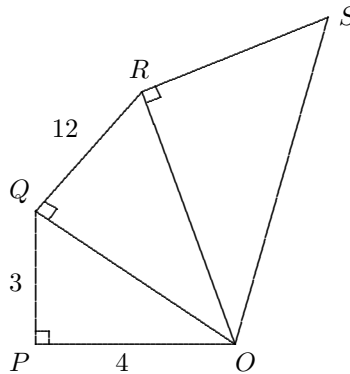
(A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) 10

Para las preguntas de la 26 a la 30, sombree la respuesta como un entero de 0 a 999 en el espacio proporcionado en la hoja de respuesta.

La pregunta 26 otorga 6 puntos, la pregunta 27 otorga 7, la pregunta 28 otorga 8, la pregunta 29 otorga 9 y la pregunta 30 otorga 10.

26. En el diagrama, $\angle OPQ = \angle OQR = \angle ORS = 90^\circ$. $OP = 4$ cm, $PQ = 3$ cm y $QR = 12$ cm. El perímetro del pentágono $OPQRS$ es 188 cm.

¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, del pentágono $OPQRS$?



27. Se construye un prisma rectangular de dimensiones 6 cm por 3 cm por 3 cm apilando cubos de aristas de 1 cm. ¿Cuántos prismas rectangulares diferentes, incluyendo cubos, hay tales que sus vértices son vértices de estos cubos, y sus aristas son paralelas a las aristas del prisma rectangular original? (Prismas rectangulares de las mismas dimensiones que estén en posiciones diferentes son diferentes.)
28. El número $2008!$ (factorial 2008) es el producto de todos los enteros $1, 2, 3, 4, \dots, 2007, 2008$. ¿Con cuántos ceros termina $2008!$?
29. Llamemos a una suma de números enteros *chévere* si el primero y el último término son 1 y cada término difiere de sus vecinos a lo mas en 1. Por ejemplo, la suma $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2 + 1$ es *chévere*. ¿Cuántos términos se necesitan para escribir 2008 como una suma *chévere* si no usamos más términos de los necesarios?
30. Todos los vértices de un 15-ágono (un polígono de 15 lados), no necesariamente regular, caen en la circunferencia de un círculo y el centro de este círculo está dentro del 15-ágono. ¿Cuál es el mayor número posible de triángulos obtusángulos que puede haber cuyos vértices son vértices del 15-ágono?

INSTRUCCIONES PARA LLENAR LA HOJA DE RESPUESTAS

Al llenar información en la hoja de respuestas **USE ÚNICAMENTE LAPIZ NUMERO 2**. De otro modo la lectora no podrá leer su hoja. No doble ni arrugue la hoja de respuestas.

DATOS PERSONALES.

Antes de comenzar la prueba escriba su apellido, nombre y grado en la cara 1 de la hoja de respuestas. En el lado 2 su dirección personal, ciudad, departamento, teléfono personal, edad. Luego sombree los círculos apropiados. Al sombrear un círculo asegúrese de llenarlo completamente con marca negra en lápiz. En el cuadro de **APELLIDO** escriba primero su(s) apellido(s) de izquierda a derecha. Luego, en cada columna sombree el círculo correspondiente a la letra escrita en el respectivo cuadro superior. Proceda similarmente con el cuadro **NOMBRE**.

En el cuadro **GRADO**, sombree el círculo correspondiente al grado que actualmente cursa. Si usted ya completó estudios secundarios sombree el círculo correspondiente a 12. Si usted no marca correctamente su grado, el computador no sabrá si usted es de primer nivel, de nivel intermedio o de nivel superior y no podrá calificar su prueba.

En el cuadro **EDAD**, sombree el círculo correspondiente a su edad, en años cumplidos.

En el cuadro **SEXO**, sombree el círculo apropiado (Femenino o Masculino).

Proceda de manera similar con los cuadros **DIRECCION, CIUDAD, DEPARTAMENTO y TELEFONO**.

En el recuadro que está encima de los cuadros **APELLIDO NOMBRE** firme asegurando que las respuestas corresponden a su propio trabajo.

RESPUESTAS. Mientras desarrolle la prueba marque su respuesta a cada pregunta sobre el mismo cuestionario. Luego, en los últimos 10 minutos de la prueba, marque las respuestas escogidas en la hoja en el cuadro **RESPUESTAS**. Si por ejemplo usted ha decidido que la respuesta correcta de la pregunta 1 es *A* usted debe sombrear el círculo correspondiente a *A* en la fila marcada con 1. Y si por ejemplo usted ha decidido que la respuesta correcta de la pregunta 26 es 325 usted debe sombrear los círculos correspondientes a 3 en la primera columna, a 2 en la segunda columna y a 5 en la tercera columna del campo correspondiente a la respuesta 26. Si se equivocó o cambia de opinión en alguna respuesta, debe borrar la marca totalmente y luego marcar la nueva respuesta. Dé una sola respuesta por cada pregunta. Si señala más de una respuesta ésta será calificada como incorrecta. Todas las respuestas de las preguntas de la 26 a la 30 son de tres dígitos. En caso de que su respuesta tenga menos de tres dígitos rellene su respuesta con ceros a la izquierda hasta completar tres dígitos.