

XXVII OLIMPIADA COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS y IX OLIMPIADA BOLIVARIANA DE MATEMÁTICAS

PRUEBA SELECTIVA

PRIMER NIVEL
Abril 1 de 2008

Instrucciones e Información

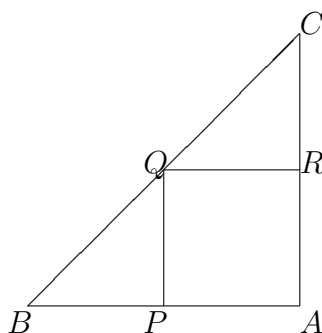
Generales.

1. No abra este cuadernillo hasta que su profesor lo indique.
2. Antes de empezar la prueba, llene completamente sus datos personales en la hoja de respuestas. Las instrucciones respectivas se encuentran en la página 4 de este cuadernillo. Si usted no indica el grado que cursa, el computador no podrá determinar si usted es de primer nivel, nivel intermedio o nivel superior y no podrá corregir su prueba.
3. La prueba consta de 12 preguntas para ser contestadas en 120 minutos. La respuesta siempre es un número entero entre 0 y 999 inclusive. **Todas las respuestas deben tener tres cifras**, es decir: si obtuvo como solución 5, debe marcar 005; si obtuvo 28 debe marcar 028. Escriba las respuestas en las casillas correspondientes a cada pregunta (cada pregunta tiene un recuadro rotulado con su número). Luego se debe llenar completamente el círculo correspondiente a cada dígito de la respuesta en la columna respectiva. Cada respuesta tendrá como calificación 1 ó 0, de tal manera que su calificación será un número entero de 0 a 12. No se da crédito por respuestas parciales ni se penaliza por respuestas incorrectas.
4. Las figuras son apenas una ayuda visual, no están dibujadas a escala.
5. Para desarrollar la prueba, puede usarse papel para operaciones, lápiz, borrador, regla, etc. No puede usar calculadoras, libros, apuntes, ni ninguna otra ayuda.

Integridad de la Competencia.

Para asegurar la integridad de la competencia, cuyos objetivos incluyen promover el estudio de la matemática e identificar a estudiantes sobresalientes en matemáticas, el Comité Organizador de las Olimpiadas Colombianas de Matemáticas se reserva el derecho de reexaminar a cualquier estudiante antes de aceptar su puntaje como oficial.

1. ¿Cuál es el menor número de tres cifras distintas que es divisible por todas sus cifras?
2. En la siguiente figura, el ángulo $\angle BAC$ es recto, y las longitudes de BA y de AC son iguales. Si el cuadrado $PQRA$ tiene perímetro 64 cm, ¿Cuál es el área en centímetros cuadrados del triángulo ABC ?



3. Encontrar la cantidad de números enteros mayores que 100 y menores que 999 tales que la suma de sus dígitos sea igual a 5.
4. Mario tiene varios ejemplares de dos tipos de tubos que pueden unirse entre sí. Tiene tubos rectos de 1 m, 2 m, 3 m, etcétera. También tiene tubos curvos, con forma de la cuarta parte de un círculo de radio 1 m, 2 m, 3 m, etcétera. Mario tiene suficientes tubos rectos, pero sólo tiene uno tubo curvo de cada radio posible. Si Mario quiere ensamblar algunos tubos de modo que forme un ciclo, es decir, una figura cerrada ¿cuál es la menor cantidad de tubos que debe usar?
5. En una empresa hay tres tipos de funcionarios: secretaria, mensajero y personal de seguridad. Hay dos secretarias por cada mensajero. Además hay dos mensajeros por cada persona de seguridad. Si en la empresa trabajan 861 personas, ¿cuántos mensajeros hay en total?
6. En cierto grupo de personas, hay igual cantidad de hombres como mujeres. A las dos terceras partes de los hombres del grupo les gustan las matemáticas. La cuarta parte de estos últimos toca un instrumento musical. Si hay 54 hombres a los cuales les gustan las matemáticas y tocan instrumentos musicales, ¿cuántas personas había en el grupo inicial?

7. En el País de las Maravillas, cada carruaje tiene designado un código único conformado por seis letras. Las tres primeras son A o B , y no hay otra restricción sobre ellas. Las siguientes tres son C , D o E de modo que no se repita ninguna de estas letras. Por ejemplo, el carruaje de la reina tiene código $AAACDE$, y el de Alicia tiene código $ABAECD$. Sin embargo, no puede haber un carruaje con código $ABACCD$ o $AACDEB$. ¿Cuántos carruajes puede haber en el País de las Maravillas de modo que no hayan dos carruajes con el mismo código?

8. Se tiene un rectángulo $ABCD$ en el cual $AB = 30$ y $BC = 36$. Sea E el punto medio de AB y F el punto de intersección de AC y DE . Hallar la longitud de FE .

9. ¿Cuántos números de tres cifras satisfacen la propiedad que el dígito de las decenas sea igual al residuo cuando se divide el número entre 3?

10. Se tiene un cuadrilátero $ABCD$ en donde los triángulos ABC y ADC son congruentes y rectángulos. Si la diagonal BD mide 24 mm, y el lado AD mide 15 mm, ¿cuál es el área en milímetros cuadrados del cuadrilátero $ABCD$?

11. La casa de José tiene forma de triángulo equilátero con lado de longitud 15 m, dividido en triángulos equiláteros de lado 1 m, que son las habitaciones. Cada habitación tiene puerta a cada una de las habitaciones adyacentes, y al exterior en caso que esté junto a él. ¿Cuántas puertas hay en la casa de José?

12. Hallar el menor cuadrado perfecto que termina en 6 y que deja residuo 1 al dividirlo por 13.

Nota: un cuadrado perfecto es un número que se obtiene al multiplicar un número por sí mismo, como $25 = 5 \times 5$ y $1024 = 32 \times 32$.

INSTRUCCIONES PARA LLENAR LA HOJA DE RESPUESTAS

Al llenar la información en la hoja de respuestas USE ÚNICAMENTE LÁPIZ NÚMERO 2. De otro modo la máquina lectora no podrá leer su hoja. No doble ni arrugue la hoja de respuestas.

DATOS PERSONALES.

Antes de comenzar la prueba llene todos sus datos en la hoja de respuestas: en el LADO 1 escriba su nombre completo (APELLIDO y NOMBRE) y el nombre completo de su colegio, ciudad y departamento. En el LADO 2 escriba su dirección personal (DIRECCIÓN), ciudad (CIUDAD), departamento (DEPARTAMENTO), teléfono (TELÉFONO), grado (GRADO), edad (EDAD) y sexo (SEXO). Luego sombree los círculos apropiados en cada columna. Al sombrear un círculo asegúrese de llenarlo completamente con marca negra en lápiz.

Recuerde que si usted no marca correctamente su grado el computador no sabrá si usted es de primer nivel, de nivel intermedio o de nivel superior y no podrá calificar su prueba.

No olvide FIRMAR su hoja de respuestas en el cuadro correspondiente (LADO 1).

RESPUESTAS

Mientras desarrolle la prueba, escriba el resultado que obtiene para cada pregunta en el mismo temario. Luego en los últimos 10 minutos de la prueba, pase sus resultados a la hoja de respuestas en el LADO 1. **Todas las respuestas deben tener tres cifras**, es decir: si obtuvo como solución 5, debe marcar 005; si obtuvo 28 debe marcar 028. Escriba las respuestas en las casillas correspondientes a cada pregunta (cada pregunta tiene un recuadro rotulado con su número). Luego rellene los círculos apropiados en la columna inferior de cada casilla. **El no marcar los círculos equivale a no responder la pregunta.** Si se equivoca o cambia de opinión sobre alguna respuesta, debe borrar la marca anterior totalmente y marcar la nueva respuesta.